



Guia



EDUCANDO

EDICASE
/// digital

MATEMÁTICA FINANCEIRA

Descubra o poder
dos números

Entenda tudo sobre
juros simples e
compostos e como
aplicá-los no seu dia
a dia financeiro

Aprenda porcentagem,
investimentos e
mais com nosso guia
completo

Desvende os segredos dos juros, investimentos
e empréstimos com nossas questões resolvidas



**Portal EdiCase!**

Conteúdo especializado sobre
Saúde e Bem-Estar, Entretenimento,
Educação, Beleza, Culinária,
Astrologia, Pets e muito mais!
Tudo isso em um clique!

www.portaledicase.com

**Publisher**

Joaquim Carqueijó

Direção Editorial

Gabriela Magalhães

Supervisão Administrativa

Vanusa G. Batista

Suporte Administrativo

Cristina Quintão, Elisiane Freitas,
Fagner Oliveira e Maylene Rocha

Mídias Digitais

Clausilene Lima

Atendimento ao Leitor

Redação

atendimento@edicase.com.br

Vendas no Atacado

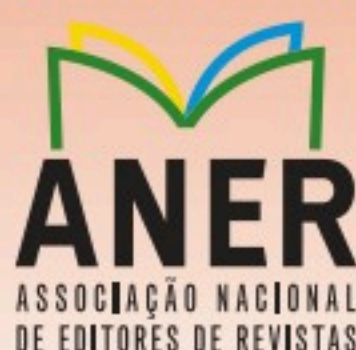
(11) 98265-0223

vanusa@edicase.com.br

Nos acompanhe nas redes sociais!**Publicidade:**

(11) 3078-5840

atendimento@lemidia.com

Editora Filiada

ACESSE NOSSA LOJA EM
loja.portaledicase.com

**Direção Geral**

Joaquim Carqueijó

Gerência Administrativa

Wellington N. de Oliveira

Supervisão Administrativa

Débora G. M. Sampei

Suporte Administrativo

Catarina Souza, Jaine Sena, Juliana
Luchetta, Pamela Lima e Pedro Moura

Operações de Manuseio

FG PRESS

www.fgpress.com.br

Distribuição em Bancas

FC Comercial e Distribuidora S.A.

TreeLog Logística

Produto desenvolvido por:**Direção Geral**

Fabio Goulart Maldonado

Autor de Conteúdo

Albérico Henrique dos Santos

Diagramação

Marlene M. Silva

Capa

Fabio Goulart Maldonado

Contato

tao_consult@yahoo.com.br

**Proibida a reprodução total ou parcial
sem prévia autorização da editora.**

Guia Educando ed79 / 7908182068050

01. Introdução

Entre as diversas aplicações da Matemática, está a de resolver problemas de ordem financeira, como calcular os valores das prestações, pagamento de impostos, rendimento de poupança e diversas outras situações.

02. Números Proporcionais

O número 3 representa a metade de 6, o mesmo que 5 representa em relação a 10 (metade), que também é o mesmo que 8 representa em relação a 16 (metade).

Dizemos que os números 3, 5 e 8 são diretamente proporcionais a 6, 10 e 16, nessa ordem.

$$\begin{array}{ccc} \frac{3}{6} = \frac{5}{10} = \frac{8}{16} & \text{ou} & \frac{3+5+8}{6+10+16} = \frac{16}{32} = \frac{1}{2} \\ \downarrow & & \downarrow \\ \frac{1}{2} = \frac{1}{2} = \frac{1}{2} \end{array}$$

Neste exemplo, $\frac{1}{2}$ é considerado o **coeficiente de proporcionalidade**.

Para ficar mais claro, explicaremos de uma forma mais prática.

$\frac{3}{6}$	→	3 reais divididos para 6 pessoas, cada uma ganhará 0,50 centavos.
$\frac{5}{10}$	→	5 reais divididos para 10 pessoas, cada uma ganhará 0,50 centavos.
$\frac{8}{16}$	→	8 reais divididos para 16 pessoas, cada uma ganhará 0,50 centavos.

Isso acontece porque 3, 5 e 8 são diretamente proporcionais a 6, 10 e 16, nessa ordem.

DIRETAMENTE PROPORCIONAL

Podemos dizer que os números reais não-nulos $a, b, c, d, \dots, n$ são diretamente proporcionais aos números $a', b', c', d', \dots, n'$, nessa ordem, se e somente se:

$$\frac{a}{a'} = \frac{b}{b'} = \frac{c}{c'} = \frac{d}{d'} = \dots = \frac{n}{n'}$$

Temos que prestar atenção em duas coisas:

- a fração irredutível equivalente a $\frac{a}{a'}$ é chamada de coeficiente de proporcionalidade (K);
- a fração $\frac{a + b + c + d + \dots + n}{a' + b' + c' + d' + \dots + n'} = K$

INVERSAMENTE PROPORCIONAL

Os números reais não-nulos $a, b, c, d, \dots, n$ são inversamente proporcionais aos números reais $a', b', c', d', \dots, n'$, nessa ordem, da seguinte forma:

$$\frac{a}{\frac{1}{a'}} = \frac{b}{\frac{1}{b'}} = \frac{c}{\frac{1}{c'}} = \frac{n}{\frac{1}{n'}} \quad \text{ou} \quad a \cdot a' = b \cdot b' = c \cdot c' = n \cdot n'$$

EXEMPLO 1

Verifique se os números 5, 10 e 15 são diretamente proporcionais a 30, 60 e 75, nessa ordem.

Solução

A ordem sugerida foi $\frac{5}{30}$, $\frac{10}{60}$, $\frac{15}{75}$.

Vamos simplificar cada fração. Se suas frações irredutíveis forem iguais, então serão diretamente proporcionais.

$$\frac{5}{30} : 5 = \frac{1}{6} \leftarrow \text{fração irredutível}$$

$$\frac{10}{60} : 10 = \frac{1}{6} \leftarrow \text{fração irredutível}$$

$$\frac{15}{75} : 5 = \frac{3}{15} : 3 = \frac{1}{5} \leftarrow \text{fração irredutível}$$

Como: $\frac{1}{6} = \frac{1}{6} \neq \frac{1}{5}$ (não são diretamente proporcionais)

EXEMPLO 2

Os números 27, 12 e x são proporcionais aos números y, 36 e 15, nessa ordem. Encontre x e y.

Solução

$$\frac{27}{y} = \frac{12}{36} = \frac{x}{15} \rightarrow \frac{12}{36} : 2 = \frac{6}{18} : 2 = \frac{3}{9} : 3 = \frac{1}{3}$$

Então podemos fazer:

$$\frac{27}{y} = \frac{1}{3} \rightarrow y = \frac{27 \cdot 3}{1} = \frac{81}{1} = 81 \quad y = 81$$

$$\frac{1}{3} = \frac{x}{15} \rightarrow x = \frac{1 \cdot 15}{3} = \frac{15}{3} = 5 \quad x = 5$$

Portanto, $x = 5$ e $y = 81$

EXEMPLO 3

Encontre o valor de x e y , sabendo que os números 9, x e 2 são inversamente proporcionais aos números 4, 6 e y , nessa ordem.

Solução

$$\frac{9}{\frac{1}{4}} = \frac{x}{\frac{1}{6}} = \frac{2}{\frac{1}{y}} \rightarrow \frac{36}{1} = \frac{6x}{1} = \frac{2y}{1} \rightarrow 36 = 6x = 2y$$

Então:

$$36 = 6x \rightarrow x = \frac{36}{6} = 6 \quad x = 6$$

$$36 = 2y \rightarrow y = \frac{36}{2} = 18 \quad y = 18$$

Portanto, $x = 6$ e $y = 18$

DIVISÃO DE UMA QUANTIA EM PARTES PROPORCIONAIS

Preste atenção no seguinte problema:

EXEMPLO 1

Três sócios tiveram a seguinte participação em um negócio: o primeiro investiu R\$ 5.000,00, o segundo R\$ 4.000,00 e o terceiro R\$ 2.000,00. Ao final de dois meses obtiveram um lucro de R\$ 3.300,00. Quanto lucrou cada sócio?

Solução

Problema deste tipo, o lucro deve ser repartido de forma diretamente proporcional à quantia que cada um investiu.

Vamos chamar o primeiro, segundo e terceiro sócios de A, B e C respectivamente.

$$\frac{A}{5000} = \frac{B}{4000} = \frac{C}{2000}$$

$$\rightarrow \frac{A + B + C}{5000 + 4000 + 2000} = \frac{3300}{11000} = \frac{3}{10}$$

$$\frac{A}{5000} = \frac{3}{10} \rightarrow A = \frac{5000 \cdot 3}{10} = 500 \cdot 3 = 1500$$

$$\frac{B}{4000} = \frac{3}{10} \rightarrow B = \frac{4000 \cdot 3}{10} = 400 \cdot 3 = 1200$$

$$\frac{C}{2000} = \frac{3}{10} \rightarrow C = \frac{2000 \cdot 3}{10} = 200 \cdot 3 = 600$$

O primeiro sócio receberá R\$ 1.500,00, o segundo R\$ 1.200,00 e o terceiro R\$ 600,00.

EXEMPLO 2

Reparta o número 364 em parcelas proporcionais aos números 16, 40, 32 e 24.

Solução

$$\frac{a}{16} = \frac{b}{40} = \frac{c}{32} = \frac{d}{24} \rightarrow \frac{364}{16 + 40 + 32 + 24} \rightarrow \frac{364}{112}$$

$$\frac{364}{112} : 2 = \frac{182}{56} : 2 = \frac{91}{28} : 7 = \frac{13}{4}$$

Então:

$$\frac{a}{16} = \frac{b}{40} = \frac{c}{32} = \frac{d}{24} = \frac{13}{4}$$

$$\frac{a}{16} = \frac{13}{4} \rightarrow a = \frac{16 \cdot 13}{4} = 4 \cdot 13 = 52$$

$$\frac{b}{40} = \frac{13}{4} \rightarrow b = \frac{40 \cdot 13}{4} = 10 \cdot 13 = 130$$

$$\frac{c}{32} = \frac{13}{4} \rightarrow c = \frac{32 \cdot 13}{4} = 8 \cdot 13 = 104$$

$$\frac{d}{24} = \frac{13}{4} \rightarrow d = \frac{24 \cdot 13}{4} = 6 \cdot 13 = 78$$

Logo: $\frac{52}{16} = \frac{130}{40} = \frac{104}{32} = \frac{78}{24}$

EXEMPLO 3

Reparta a quantia de R\$ 945,00 em partes inversamente proporcionais aos números 6 e 8.

Solução

$$\frac{A}{\frac{1}{6}} = \frac{B}{\frac{1}{8}} = \frac{945}{\frac{1}{6} + \frac{1}{8}} \rightarrow \frac{1}{6} + \frac{1}{8} = \frac{4+3}{1} = \frac{7}{24}$$

$$\rightarrow \frac{6A}{1} = \frac{8B}{1} = \frac{945 \cdot 24}{7}$$

$$\rightarrow 6A = 8B = 135 \cdot 24$$

$$\rightarrow 6A = 8B = 3240$$

$$\rightarrow 6A = 3240$$

$$A = \frac{3240}{6} = 540$$

$$\rightarrow 8B = 3240$$

$$B = \frac{3240}{8} = 405$$

Logo, $A = \text{R\$ } 540,00$ e $B = \text{R\$ } 405,00$.

EXEMPLO 4

Alberto e Bruno são sócios. Ao final de um investimento lucraram R\$ 4.900,00 e cada um receberá proporcionalmente ao que investiram. Sabemos que Bruno investiu R\$ 2.000,00 a mais que Alberto e seu lucro foi de R\$ 700,00 a mais que o de Alberto. Quanto cada um investiu nesse negócio?

Solução

$$\frac{A}{x} = \frac{B}{x + 2000} = \frac{4900}{2x + 2000}$$

$$\frac{A}{x} = \frac{A + 700}{x + 2000} = \frac{4900}{2x + 2000}$$

Como Bruno lucrou 700 a mais que Alberto podemos escrever: $B = A + 700$

Sabemos que: $A + A + 700 = 4900$

$$\rightarrow 2A = 4900 - 700$$

$$\rightarrow A = \frac{4200}{2}$$

$$\rightarrow A = 2100$$

Como: $B = A + 700$

$$\rightarrow B = 2100 + 700$$

$$\rightarrow B = 2800$$

Agora podemos escrever:

$$\frac{2100}{x} = \frac{2800}{x + 2000} = \frac{4900}{2x + 2000}$$

$$\frac{2100}{x} = \frac{2800}{x + 2000} \rightarrow 2800x = 2100x + 4200000$$

$$\rightarrow 2800x - 2100x = 4200000$$

$$\rightarrow 700x = 4200000$$

$$\rightarrow x = \frac{4200000}{700}$$

$$\rightarrow x = 6000$$

$$\frac{A}{x} = \frac{B}{x + 2000} \rightarrow \frac{A}{6000} = \frac{B}{6000 + 2000}$$

$$\rightarrow \frac{A}{6000} = \frac{B}{8000}$$

Alberto investiu R\$ 6.000,00 e Bruno R\$ 8.000,00.

03. Porcentagem

A porcentagem é uma forma usada para indicar uma fração de denominador 100 ou outra representação equivalente. Veja os seguintes exemplos:

$$\text{a) } 50\% = \frac{50}{100} = \frac{1}{2} = 0,50 = 0,5 \text{ (metade)}$$

$$\text{b) } 100\% = \frac{100}{100} = \frac{1}{1} = 1 \text{ (tudo)}$$

$$\text{c) } 9\% = \frac{9}{100} = 0,09$$

$$\text{d) } 120\% = \frac{120}{100} = \frac{6}{5} = 1,20 \text{ ou } 1,2$$

$$\text{e) } 1\% = \frac{1}{100} = 0,01$$

$$\text{f) } 200\% = \frac{200}{100} = \frac{2}{1} = 2 \text{ (dobro)}$$

$$\text{g) } 10\% = \frac{10}{100} = \frac{1}{10} = 0,1$$

$$\text{h) } 25\% = \frac{25}{100} = \frac{1}{4} = 0,25$$

$$\text{i) } 75\% = \frac{75}{100} = \frac{3}{4} = 0,75$$

PORCENTAGEM DE UMA QUANTIA

Uma TV 42" está com o preço de R\$ 3.200,00 que pode ser parcelado em até 10x. À vista o cliente recebe um desconto de 15%. Quanto é o valor do desconto e quanto é o valor da TV à vista?

Solução

Para calcularmos a porcentagem de uma quantia, existem várias formas. $\rightarrow 15\% = \frac{15}{100} = 0,15$

Precisamos calcularmos 15% de um certo valor, então multiplicamos $\frac{15}{100}$ ou 0,15 por este valor.

$$\frac{15}{100} \cdot 3200 = 15.32 = 480$$

Com R\$ 480,00 de desconto, à vista a TV fica por:

$$3200 - 480 = 2720$$

Concluimos que 15% de R\$ 3.200 é R\$ 480,00 então a TV custa R\$ 2.720,00 à vista.

EXEMPLO 1

Vamos calcular 45% de R\$ 80,00 das maneiras mais práticas.

Podemos fazer:

$$\frac{45}{100} \cdot 80 = \frac{360}{10} = 36$$

Ou fazemos:

$$45\% = \frac{45}{100} = 0,45$$

$$0,45 \cdot 80 = 36$$

Veremos agora, de maneira bem prática, como encontrar o valor procurado depois de um desconto ou um acréscimo, que é dado em geral por causa dos juros.

a) Calcule o valor de um celular que custa R\$ 360,00 após um desconto de 10%.

Solução

Tudo, significa que é 100%, então: R\$ 360,00 = 100%

Após 10% de desconto o valor do celular será 90% (100% - 10%). Então podemos escrever direto:

$$\frac{90}{100} \cdot 360 = 324 \text{ ou podemos fazer também } 0,90 \cdot 360 = 324$$

O celular custará R\$ 324,00.

b) Um cliente foi pagar uma parcela atrasada no valor de R\$ 550,00 mais uma multa de 3%. Quanto o cliente pagou?

Solução

Para economizar cálculos e tempo, o que é muito importante em Concursos e Vestibulares, podemos fazer logo:

$$1,03 \cdot 550 = 566,5 \quad \text{ou} \quad \frac{103}{100} \cdot 550 = 566,5$$

O cliente pagará R\$ 566,50.

Lembre-se: Desconto = Subtração do valor real

Multa = Acréscimo = Adição no valor real

EXEMPLO 2

Uma geladeira, cujo preço à vista é R\$ 680,00, tem um acréscimo de 5% no seu preço se for paga em 3 prestações iguais. Qual é o preço de cada prestação?

Solução

$$5\% \text{ de } 680 = \frac{5}{100} \cdot 680 = \frac{340}{10} = 34 \text{ (valor do acréscimo)}$$

$$680 + 34 = 714 \text{ (preço total após o acréscimo)}$$

$$714:3 = 238 \text{ (valor de cada prestação)}$$

O valor de cada prestação é de R\$ 238,00.

EXEMPLO 3

O salário de um trabalhador era de R\$ 840,00 e passou a ser de R\$ 966,00. Qual foi a porcentagem de aumento?

Solução

$$? \% \text{ de } 840 = 966$$

$$x \cdot 840 = 966$$

$$x = \frac{966}{840}$$

$$x = 1,15 \text{ ou } \frac{115}{100}$$

Lembrando que $x = 1 + 0,15$

valor do salário

valor do aumento

Logo, o aumento foi de 15%.

EXEMPLO 4

André gastou 40% do que tinha e ainda sobrou R\$ 87,00. Quanto ele tinha e qual foi o valor que gastou?

Solução

Vamos considerar que ele tinha “x”. Então:

$$x - \frac{40}{100} \cdot x = 87$$

$$x - \frac{40x}{100} = 87$$

$$x - \frac{4x}{10} = 87$$

$$\frac{10x - 4x}{10} = 87$$

$$6x = 87 \cdot 10$$

$$6x = 870$$

$$x = \frac{870}{6}$$

$$x = 145$$

Ou então podemos fazer:

Se ele gastou 40%, ainda tem 60%

$$\frac{60}{100} \text{ de } x = 87$$

$$\frac{60}{100} \cdot x = 87$$

$$x = \frac{87 \cdot 100}{60}$$

$$x = 145$$

Ele gastou $145 - x = 87$

$$\rightarrow x = 145 - 87$$

$$\rightarrow x = 58$$

Logo, ele tinha R\$ 145,00 e gastou R\$ 58,00.

EXEMPLO 5

Laura gastou R\$ 900,00 na compra de uma bicicleta, de um aparelho de som e de uma estante. A bicicleta custou R\$ 60,00 a menos que a estante e o preço do aparelho de som corresponde a 80% do preço da bicicleta. Quanto custou cada um?

Solução

b ← bicicleta

e ← estante

s ← aparelho de som

$$\begin{cases} b + e + s = 900 \\ b + 60 = e \text{ (R\$ 60,00 a menos que a estante)} \\ s = \frac{80b}{100} \text{ (80\% da bicicleta)} \end{cases}$$

Vamos inserir as duas últimas equações na primeira. Como temos “b” nas duas últimas, isolaremos a outra variável.

$$b + 60 = e \quad \rightarrow \quad e = b + 60$$

$$s = \frac{80b}{100} \quad \rightarrow \quad s = \frac{4b}{5}$$

Podemos escrever:

$$b + e + s = 900$$

$$b + b + \frac{4b}{5} = 900 - 60$$

$$2b + \frac{4b}{5} = 840$$

$$\frac{10b + 4b}{5} = 840$$

$$\frac{14b}{5} = 840$$

$$b = \frac{840 \cdot 5}{14}$$

$$b = 300$$

Então:

$$e = b + 60$$

$$e = 300 + 60$$

$$e = 360$$

$$s = \frac{4b}{5}$$

$$s = \frac{4 \cdot 300}{5}$$

$$s = 240$$

O valor da bicicleta é R\$ 300,00, da estante R\$ 360,00 e do aparelho de som R\$ 240,00.

04. Termos da Matemática Financeira

A quantia (capital) que uma pessoa aplica na caderneta de poupança por um determinado período (tempo), lhe renderá um certo valor (juros) que, somado com o capital aplicado, dá um total (montante). O valor a ser ganho depende da porcentagem (taxa de juros).

Ao final do período, a pessoa terá um montante:

$$\text{Montante} = \text{Capital} + \text{Juros}$$

De forma prática, vamos ver o exemplo à seguir:

EXEMPLO 1

O banco ABC oferece rendimento de 1,2% ao mês. Aplicando-se R\$ 600,00 neste banco, depois de um mês, que quantia o cliente terá em sua conta?

Solução

$$1,2\% \text{ de } 600 = \frac{1,2}{100} \cdot 600 = 7,2 \text{ (juros)}$$

$$600 \text{ (capital)} + 7,2 \text{ (juros)} = 607,2 \text{ (montante)}$$

No fim de um mês de aplicação, a quantia total na conta do cliente será de R\$ 607,20.

Neste exemplo temos: $c = \text{Capital} = \text{R\$ } 600,00$

$t = \text{Tempo} = 1 \text{ mês}$

$i = \text{Taxa de juros} = 1,2\% \text{ ao mês}$

$j = \text{Juros} = \text{R\$ } 7,20$

$m = \text{Montante} = \text{R\$ } 607,20$

05. Juros simples

Um determinado capital aplicado à taxa de 2% de juros simples ao mês, durante 5 meses, rende 10% do capital no final desses 5 meses, ou seja, 5 vezes 2%.

Temos que levar em consideração que a taxa e o tempo devem se referir à mesma unidade de tempo (% ao mês e meses ou % ao dia e dias, % ao ano e anos e assim por diante).

No cálculo do juros simples, duas fórmulas são importantes para simplificar os cálculos:

$$J = C \cdot i \cdot t$$

$$M = C (1 + i \cdot t)$$

Onde: J = Juros

t = Tempo

C = Capital

M = Montante

i = Taxa de juros

Observação: quando realizarmos os cálculos, as unidades de tempo e taxa devem estar nas mesmas unidades.

EXEMPLO 1

O capital de R\$ 530,00 foi aplicado à taxa de juros simples de 3% ao mês. Qual o valor do montante após 5 meses?

Solução

$$M = C (1 + i \cdot t)$$

$$M = 530 (1 + 0,03 \cdot 5)$$

$$M = 530 (1 + 0,15)$$

$$M = 609,5$$

$$3\% = \frac{3}{100} = 0,03$$

Após 5 meses o montante será de R\$ 609,50

EXEMPLO 2

Foi tomado um empréstimo de R\$ 1000,00. Ao final de 2 meses foi pago um total de R\$ 1200,00 pelo empréstimo. Quais foram os juros pagos e a taxa de juros simples?

Solução

$$J = C \cdot i \cdot t$$

$$J = M - C$$

Calculemos primeiro o Juros: $J = M - C$

$$\rightarrow J = 1200 - 1000$$

$$\rightarrow J = 200$$

Como: $J = C \cdot i \cdot t$

$$\rightarrow 200 = 1000 \cdot i \cdot 2$$

$$\rightarrow 200 = 2000 \cdot i$$

$$\rightarrow i = \frac{200}{2000}$$

$$\rightarrow i = \frac{2}{20} = \frac{1}{10} = 0,1 \text{ ou } 10\%$$

Os juros foram de R\$ 200,00 e a taxa foi de 10% ao mês.

EXEMPLO 3

Um capital de R\$ 600,00 aplicado à taxa de juros simples de 20% ao ano, gerou um montante de R\$ 1080,00 depois de certo tempo. Qual foi esse tempo?

Solução

Aplicaremos

$$M = C (1 + i \cdot t)$$

$$M = C (1 + i . t)$$

$$\rightarrow 1080 = 600 (1 + 0,2 . t)$$

$$20\% = \frac{20}{100} = 0,2$$

$$\rightarrow 1080 = 600 + 120t$$

$$\rightarrow 1080 - 600 = 120t$$

$$\rightarrow 480 = 120t$$

$$\rightarrow \frac{480}{120} = t$$

$$\rightarrow t = 4 \text{ anos}$$

Como a taxa é 20% ao ano, então o tempo também será ano.

A tempo foi 4 anos.

EXEMPLO 4

Qual foi o capital que, aplicado à taxa de juros simples de 1,5% ao mês, rendeu R\$ 90,00 em um trimestre?

Solução

Temos que entender o seguinte: rendeu = juros
um trimestre = 3 meses

$$J = C . i . t$$

$$\rightarrow 90 = C . 0,015 . 3$$

$$1,5\% = \frac{1,5}{100} = 0,015$$

$$\rightarrow 90 = C . 0,045$$

$$\rightarrow \frac{90}{0,045} = C$$

$$\rightarrow C = 2000$$

O capital foi de R\$ 2000,00.

EXEMPLO 5

A que taxa devemos aplicar o capital de R\$ 4500,00 no sistema de juros simples, para que, depois de 4 meses o montante seja de R\$ 5040,00?

Solução

$$M = C (1 + i \cdot t)$$

$$5040 = 4500 (1 + i \cdot 4)$$

$$\rightarrow \frac{5040}{4500} = 1 + 4i$$

$$\rightarrow 1,12 = 1 + 4i$$

$$\rightarrow 1,12 - 1 = 4i$$

$$\rightarrow 0,12 = 4i$$

$$\rightarrow \frac{0,12}{4} = i$$

$$\rightarrow i = 0,03 \text{ ou } 3\%$$

Devemos aplicar a taxa de 3% ao mês.

06. Juros compostos

Um determinado capital de R\$ 40.000,00 foi aplicado à taxa de 2% ao mês, durante 3 meses. Qual foi o montante no final dos 3 meses?

Solução

Como estamos tratando de juros sobre juros (juros compostos), devemos aplicar a taxa sobre o montante no início de cada mês.

Mês	$M = C (1 + i \cdot t)$
1º	$M = 40.000 (1 + 0,02 \cdot 1) = 40.800$
2º	$M = 40.800 (1 + 0,02 \cdot 1) = 41.616$
3º	$M = 41.616 (1 + 0,02 \cdot 1) = 42.448,32$

Ao final do 3º mês temos um montante de R\$ 42.448,32.

Este método não é viável para períodos longos. Ao invés disso, podemos usar uma fórmula para deduzir o montante acumulado sobre uma taxa de juros compostos.

FÓRMULA DO JUROS COMPOSTOS

Podemos calcular, no sistema de juros compostos, qual será o montante(M), produzido por um capital(C), aplicado à taxa(i), durante um determinado tempo(t).

$$M = C (1 + i)^t$$

O problema anterior poderia ser resolvido da seguinte forma:

$$M = C (1 + i)^t$$

$$\rightarrow M = 40.000 (1 + 0,02)^3$$

$$\rightarrow M = 40.000 (1,02)^3$$

$$\rightarrow M = 40.000 \cdot 1,061208$$

$$\rightarrow M = 42.448,32$$

EXEMPLO 1

Quanto receberá de juros, no fim de um semestre, uma pessoa que investiu, a juros compostos, a quantia de R\$ 6000,00 à taxa de 1% ao mês?

Solução

$$M = C (1 + i)^t$$

$$\rightarrow M = 6000 (1 + 0,01)^6$$

$$\rightarrow M = 6000 (1,01)^6$$

$$\rightarrow M = 6000 \cdot 1,0615201506$$

$$\rightarrow M = 6369,12$$

$$1\% = \frac{1}{100} = 0,01$$

$$1 \text{ semestre} = 6 \text{ meses}$$

Como trabalhamos com dinheiro, arredondamos para duas casas decimais.

$$\text{Como: Juros} = \text{Montante} - \text{Capital} \rightarrow J = M - C$$

$$\rightarrow J = 6369,12 - 6000$$

$$\rightarrow J = 369,12$$

Receberá de juros R\$ 369,12.

EXEMPLO 2

Qual deve ser o capital que no sistema de juros compostos, a taxa de 20% ao ano gera um montante de R\$ 14400,00 no fim de 2 anos?

Solução

$$M = C (1 + i)^t$$

$$20\% = \frac{20}{100} = 0,2$$

$$\rightarrow 14400 = C (1 + 0,2)^2$$

$$\rightarrow 14400 = C (1,2)^2$$

$$\rightarrow 14400 = C \cdot 1,44$$

$$\rightarrow \frac{14400}{1,44} = C$$

$$\rightarrow C = 10.000$$

O capital será de R\$ 10.000,00.

EXEMPLO 3

O capital de R\$ 2000,00, aplicado a juros compostos, rendeu, após 4 meses, juros de R\$ 165,00. Qual foi a taxa de juros?

Solução

$$M = C + J$$

$$\rightarrow M = 2000 + 165$$

$$\rightarrow M = 2165$$

Então:

$$M = C (1 + i)^t$$

$$\rightarrow 2165 = 2000 (1 + i)^4$$

$$\rightarrow \frac{2165}{2000} = (1 + i)^4$$

$$\rightarrow \frac{433}{400} = (1 + i)^4$$

$$\rightarrow 1,0825 = (1 + i)^4$$

$$\rightarrow \sqrt[4]{1,0825} = 1 + i$$

$$\rightarrow 1,020015981 = 1 + i$$

$$\rightarrow 1,020015981 - 1 = i$$

$$\rightarrow i = 0,020015981 \text{ ou } 2,0015981\% \text{ ao mês}$$

A taxa foi de 2,0015981% ao mês.

EXEMPLO 4

Uma pessoa vai fazer uma compra no valor de R\$ 4000,00, usando o que tem depositado na caderneta de poupança, que está rendendo 1% ao mês. Ela quer saber, do ponto de vista financeiro, qual plano de pagamento é mais vantajoso:

- Pagar à vista;
- Pagar em duas prestações iguais de R\$ 2005,00 cada, a segunda parcela será paga com 30 dias.

Solução

Se ela pagar à vista sobrar zero.

Pagando em 2 x de R\$ 2005,00, após o pagamento da primeira sobra $4000 - 2005 = 1995$.

Ficando R\$ 1995,00 na caderneta com juros de 1% teremos em 1 mês:

$$M = C (1 + i)^t$$

$$1\% = \frac{1}{100} = 0,01$$

$$\rightarrow M = 1995 (1 + 0,01)^1$$

$$\rightarrow M = 1995 (1,01)^1$$

$$\rightarrow M = 1995 \cdot 1,01$$

$$\rightarrow M = 2014,95$$

Dessa forma é mais vantajoso pagar em 2 vezes.

EXEMPLO 5

Maria tomou um empréstimo de R\$ 150.000,00 a juros de 12% ao ano. Qual será a dívida de Maria após 3 anos?

Solução

$$M = C (1 + i)^t$$

$$\rightarrow M = 150000 (1 + 0,12)^3$$

$$\rightarrow M = 150000 (1,12)^3$$

$$\rightarrow M = 150000 \cdot 1,404928$$

$$\rightarrow M = 210739,2$$

A dívida será de R\$ 210.739,20.

07. Questões Resolvidas

1. (VUNESP) Se a taxa de inflação de janeiro é de 6% e a de fevereiro é de 5%, então a taxa de inflação no bimestre janeiro/fevereiro é de:

- a) 11% b) 11,1% c) 11,2% d) 11,3% e) 11,4%

Solução

Esse tipo de problema pode ser resolvido de forma bem prática se tomarmos como base o número 100.

Aplicando 6% em cima de 100 temos:

$$100 \cdot 1,06 = 106$$

6 é 6% de 100

Agora, 5% em cima de 106:

$$106 \cdot 1,05 = 111,3$$

Em relação a 100, o número 111,3 possui 11,3% a mais.

Resposta: d

2. (UNICAMP-SP) Uma pessoa investiu R\$ 3000,00 em ações. No primeiro mês ela perdeu 40% do total investido e no segundo mês ela recuperou 30% do que havia perdido. Com quantos reais ela ficou após os dois meses?

- a) R\$ 2000,00
b) R\$ 2060,00
c) R\$ 2160,00
d) R\$ 2220,00
e) R\$ 2310,00

Solução

Se ela perdeu 40%, então:

$$40\% \text{ de } 3000 = \frac{40}{100} \cdot 3000 = 1200 \leftarrow \text{Perdeu R\$ 1200,00}$$

Se ela recuperou 30% do que havia perdido, então:

$$30\% \text{ de } 1200 = \frac{30}{100} \cdot 1200 = 360 \leftarrow \text{Recuperou R\$ 360,00}$$

Portanto, ela ficou com:

$$3000 - 1200 + 360 = 2160$$

Resposta: c

3. (UEL-PR) Em uma liquidação, os preços dos artigos de uma loja são reduzidos em 20% de seu valor. Terminada a liquidação e pretendendo voltar aos preços originais, de que porcentagem devem ser acrescidos os preços da liquidação?

- a) 27,5% b) 25% c) 22,5% d) 21% e) 20%

Solução

A exemplo da questão 1, tomaremos o número 100 como base:

Se a mercadoria custa R\$ 100,00 e diminui 20% de 100, ficaremos com R\$ 80,00.

Agora iremos procurar a porcentagem para que, dado um aumento em cima de R\$ 80,00, chegue a R\$ 100,00.

Sabemos que devemos aumentar R\$ 20,00, mas quantos por cento 20 é de 80?

Uma regra de três simples resolve o caso:

$$\begin{array}{ccc} 80 & \text{---} & 100\% \\ 20 & \text{---} & x\% \end{array}$$

$$x = \frac{20 \cdot 100}{80}$$

$$x = 25\%$$

Resposta: b

4. (UFRJ) Um lojista oferece 5% de desconto ao cliente que pagar suas compras à vista. Para calcular o valor do desconto, o vendedor usa sua máquina calculadora do seguinte modo:

Preço total

x

5

%

-

Um outro modo de calcular o valor com desconto seria multiplicar o preço total das mercadorias por:

- a) 0,05 b) 0,5 c) 0,95 d) 1,05 e) 1,5

Solução

$$5\% = \frac{5}{100} = 0,05$$

Se um produto sofre um desconto de 5%, seu valor ficará sendo 95%. Como queremos saber o valor do produto com o desconto, devemos multiplicar por 95% ou $\frac{95}{100}$.

$$95\% = \frac{95}{100} = 0,95$$

Resposta: c

5. (UNIFOR-CE) Em certa loja, cada produto vendido tem um acréscimo de 60% sobre o preço de custo. No entanto, como a loja deve recolher impostos correspondentes a 25% do preço de venda, seu percentual de lucro sobre o preço de custo é muito inferior a 60%. Esse percentual é de:

- a) 35% b) 30% c) 25% d) 20% e) 15%

Solução

Algebricamente, o produto vale "x":

$$x + \frac{60x}{100} = \leftarrow (\text{produto mais 60\% do seu valor})$$

$$= \frac{160x}{100} = \frac{16x}{10} = \frac{8x}{5}$$

$$\frac{8x}{5} - \frac{25}{100} \cdot \frac{8x}{5} \leftarrow (\text{tirando 25\% do valor de venda})$$

$$\frac{8x}{5} - \frac{40x}{100} \rightarrow \frac{8x}{5} - \frac{2x}{5} = \frac{6x}{5}$$

$$\frac{6x}{5} = \frac{5x}{5} + \frac{x}{5} \rightarrow x + \frac{x}{5} \xrightarrow{x20} x + \frac{20x}{100}$$

$$\frac{20}{100} = 20\%$$

Valor do
produto

Percentual em
cima do produto

Uma outra forma de fazer:

$$x \cdot 1,60 = 1,6x \leftarrow (\text{valor final de venda})$$

Vamos tirar 25% do valor de venda e ver quanto fica, se tiramos 25%, sobra 75%.

$$75\% = \frac{75}{100} = 0,75$$

$$1,6x \cdot 0,75 = x \cdot 1,2 \leftarrow (\text{valor final de venda})$$

Valor do
produto

0,2 valor da
porcentagem do lucro

$$0,2 = \frac{20}{100} = 20\%$$

Uma terceira forma de fazer:

Vamos supor que o produto vale R\$ 100,00.

$$100 + 60\% \text{ de aumento} = 160 \leftarrow (\mathbf{60\% \text{ de } 100 \text{ é } 60})$$

Vamos tirar 25% de 160, vai sobrar 75%.

$$160 \cdot 0,75 = \underline{120}$$

R\$ 20,00 de lucro, o que é 20% de 100%.

Resposta: d

6. (VUNESP) O dono de um supermercado comprou de seu fornecedor um produto por "x" reais (preço de custo) e passou a revendê-lo com lucro de 50%. Ao fazer um dia de promoção, ele deu aos clientes do supermercado um desconto de 20% sobre o preço de venda desse produto. Pode-se afirmar que, no dia de promoção, o dono do supermercado teve, sobre o preço de custo:

- a) prejuízo de 10%
- b) prejuízo de 5%
- c) lucro de 20%
- d) lucro de 25%
- e) lucro de 30%

Solução

O valor do produto é "x".

$$x \cdot 1,50 = 1,5x \leftarrow (\text{valor do produto} + 50\%)$$

Se tiramos 20% sobra 80%.

$$1,5x \cdot 0,80 = x \cdot 1,20$$

Valor do
produto

0,20 valor da
porcentagem do lucro

$$\text{Lucrou } 20\% \rightarrow 0,2 = \frac{20}{100} = 20\%$$

De forma mais clara, poderíamos resolver da seguinte maneira:

Vamos supor que o produto vale R\$ 100,00.

$$100 + 50\% = 150 \leftarrow (50\% \text{ de } 100 \text{ é } 50)$$

Agora tiramos 20% de 150. Se tiramos 20%, sobra 80%.

$$150 \cdot \frac{80}{100} = 120$$

O dono do supermercado ainda lucra R\$ 20,00 o que é 20% de 100.

Resposta: c

7. (ENEM) João deseja comprar um carro cujo preço à vista, com todos os descontos possíveis, é de R\$ 21000,00 e esse valor não será reajustado nos próximos meses.

Ele tem R\$ 20000,00 que podem ser aplicados a uma taxa de juro compostos de 2% ao mês e escolhe deixar todo o seu dinheiro aplicado até que o montante atinja o valor do carro.

Para ter o carro João deverá esperar:

- a) dois meses e terá a quantia exata
- b) três meses e terá a quantia exata
- c) três meses e ainda sobrarão aproximadamente R\$ 225,00
- d) quatro meses e terá a quantia exata
- e) quatro meses e ainda sobrarão aproximadamente R\$ 225,00

Solução

$$M = C (1 + i)^t$$

$$\rightarrow M = 20000 (1 + 0,02)^t$$

$$2\% = \frac{2}{100} = 0,02$$

$$\rightarrow M = 20000 (1,02)^t$$

Vamos atribuir valores a "t" e ver quantos meses será necessário para que o montante atinja R\$ 21000,00.

Para t = 1 $\rightarrow M = 20000 (1,02)^1$

$$M = 20000 \cdot 1,02$$

$$M = 20400 \text{ (não dá para comprar o carro)}$$

Para t = 2 $\rightarrow M = 20000 (1,02)^2$

$$M = 20000 \cdot 1,0404$$

$$M = 20808,00 \text{ (não dá para comprar o carro)}$$

Para $t = 3 \rightarrow M = 20000 (1,02)^3$

$$M = 20000 \cdot 1,061208$$

$$M = 21224,16$$

Em 3 meses ele comprará o carro e ainda sobrarão aproximadamente R\$ 225,00.

Resposta: c

1. Introdução.....	3
2. Números Proporcionais	3
Diretamente proporcional.....	4
Inversamente proporcional	4
Divisão de uma quantia em partes proporcionais.....	6
3. Porcentagem	11
Porcentagem de uma quantia.....	12
4. Termos da Matemática Financeira	17
5. Juros simples	18
6. Juros compostos	
7. Questões resolvidas	27

SOBRE O MESTRE

Albérico Henrique dos Santos, natural de Cortês - PE, estudou na rede pública de ensino, licenciado em Matemática pela Faculdade de Formação de Professores da Mata Sul, com experiência na rede pública de ensino. Autor do Artigo: “Matemáticos: Novos Jogos Somáticos” com conteúdo interativo disponível em www.geometricos.com.br. É também concursado e aprovado em 5 concursos públicos além de professor de Matemática, Física e Química.

Portal EDICASE digital



Conteúdos especializados sobre Saúde e Bem-Estar, Entretenimento, Educação, Beleza, Culinária, Astrologia, Pets e muito mais! Tudo isso em um clique!



www.portaledicase.com

EDICASE

/// Gestão de Negócios

///
assessoria

///
publicações

///
digital

///
portal

///
operações

Portal de Conteúdo, Revistas Digitais, E-books, Audiobooks e Publicações Impressas: tudo com a maior diversidade de segmentos do Brasil.

EdiCase, conteúdo de todas as formas.

